$$\frac{1}{V^2}\int d^3r_1\, d^3r_2 \langle M(\vec{r}_1) M(\vec{r}_2)\rangle$$

$$= \frac{1}{V}\int_{\xi} d^3r\; G(r) = \frac{T_c}{V}\chi \sim |t|^{-\gamma}$$

$$G(r) \sim \frac{1}{r^{d-2+\eta}}$$

$$\frac{\xi^d}{\xi^{d-2+\eta}} \sim |t|^{-\gamma}$$

$$\xi^{2-\eta} \sim |t|^{-\gamma}$$

$$|t|^{-\nu(2-\eta)} \sim |t|^{-\gamma}$$

$$\boxed{\gamma = \nu(2-\eta)}$$

Hyperscaling

$$\sim \int_{r_0^3} \frac{d^3 r_1}{V} \int_{r_0^3} \frac{d^3 r_2}{V} \langle \Delta M(r_1)\, \Delta M(r_2) \rangle$$

Validité de la théorie de Landau

$$\frac{1}{r_0^{\,d-2+\eta}} \sim |t|^{+2\beta} \sim M^2$$

$$r_0 \sim |t|^{-2\beta/(d-2+\eta)}$$

$\boxed{d=3}$

$$r_0 \sim |t|^{-1}$$

$$\xi \sim |t|^{-\nu} \sim t^{-1/2}$$

$\xi \gg r_0$ Landau

Si r_0 veut devenir $> \xi$, il n'y a plus qu'une longueur, soit ξ

$$2\beta = (d-2+\eta)\nu$$
$$= d\nu - \nu(2-\eta)$$
$$= d\nu - \gamma$$

$$2\beta + \gamma = d\nu$$

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2$$

$$\boxed{2-\alpha = d\nu}$$

4.8 Groupe de renormalisation

$$Z = \int \mathcal{D}M \exp\Big[$$

$$- \int d^d r \left[\underset{\smile}{h} M + \underset{\smile}{t} M^2 + \underset{\smile}{c} (\nabla M)^2 + \underset{\smile}{u} M^4 + \underset{\smile}{v} M^6 \right] \Big]$$

Si invariance d'échelle : (pt. critique)

$\exists$ théorie telle que.

(1) Intègre tous les M_q

avec $\frac{\Lambda}{s} < q < \Lambda$ (Λ cutoff)

$s > 1$

(2) Change l'échelle tel que

$q' = s q$ a le même cutoff

que la théorie originale.

Groupe de renormalisation

La théorie invariante d'échelle

s'appelle le pt fixe du GR

févr. 27-08:49

Changement d'échelle

$$Z = \int \mathcal{D}M \exp\Big[$$

$$- \int d^d r' \, s^d \Big(\underbrace{h s^m}_{h'} M' + \underbrace{t s^{2m}}_{t'} M'^2 + c s^{2m-2} (\nabla' M')^2 + u s^{4m} M'^4 + v s^{6m} M'^6 \Big) \Big]$$

$$\boxed{\begin{array}{l} q' = s q \qquad s r' = r \\ M = s^m M' \end{array}}$$

$$2m - 2 + d = 0$$

$$\boxed{m = 1 - \frac{d}{2}} \checkmark$$

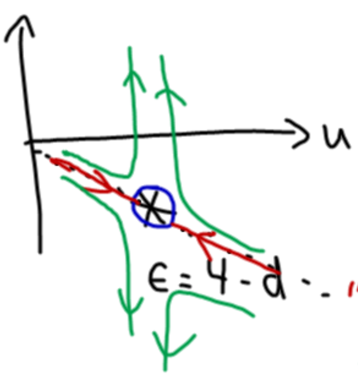
$$\left.\begin{array}{lll} h' = h s^{m+d} & = h s^{1+d/2} & \\ t' = t s^{2m+d} & = t s^2 & \leftarrow \\ \rightarrow c' = c s^{2m-2+d} & = c & \\ u' = u s^{4m+d} & = u s^{4-d} & \leftarrow \\ v' = v s^{6m+d} & = v s^{6-2d} & \end{array}\right\} \text{Relation de récurrence}$$

Point fixe: $h = 0$, $t = 0$

$d > 4$

Pour $d < 4$

Microscopique déterminent T_c



Paramètres non-pertinent "irrelevant"

Énergie libre si on est pas au point fixe. (par unité de volume)

$$\boxed{f(t,h) = \frac{1}{s^d} f(t s^{y_t}, h s^{y_h})}$$

y_t et y_h ne dépendent que de d et de la sym. du paramètre d'ordre

Calcule $y_t \cdot y_h$ en puissances de $\epsilon = 4 - d$ ou de $\frac{1}{n}$ où n = # composantes du paramètre d'ordre.

$$f(t,h) = \frac{1}{s^d}\, f\left(t s^{y_t},\, h s^{y_h}\right)$$

$$m = \left.\frac{\partial f}{\partial h}\right|_{h=0} = \left.\frac{s^{y_h}}{s^d}\,\frac{\partial f\left(t s^{y_t},\, h s^{y_h}\right)}{\partial\left(h s^{y_h}\right)}\right|_{h=0}$$

$$\left. m(t,h)\right|_{h=0} = m(t,0)$$

$$= s^{y_h - d}\, m\left(t s^{y_t},\, 0\right)$$

$$\boxed{s^{y_t} = t^{-1}} \qquad s = t^{-1/y_t}$$

$$m(t,0) = t^{\frac{d-y_h}{y_t}}\, m(1,0)$$

$$\boxed{\beta = \frac{d - y_h}{y_t}}$$

$$\chi = \frac{\partial^2 f}{\partial h^2}\Big|_{h=0} = \frac{s^{2y_h}}{s^d}\,\frac{\partial f\left(ts^{y_t},\, hs^{y_h}\right)}{\partial\left(hs^{y_h}\right)^2}\Bigg|$$

$$\chi(t,h)\Big|_{h=0} = \chi(t,0)$$

$$= s^{2y_h-d}\,\chi\left(ts^{y_t},0\right)$$

$$\boxed{s^{y_t} = t^{-1}} \qquad s = t^{-1/y_t}$$

$$\chi(t,0) = t^{\frac{d-2y_h}{y_t}}\,\chi(1,0)$$

$$\chi \sim t^{-\gamma} \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{2y_h-d}{y_t}}$$

$$\boxed{f(t,h) = \frac{1}{s^d}\, f(t\, s^{y_t}, h\, s^{y_h})}$$

$C \sim |t|^{-\alpha}$ à prouver

$\alpha(y_t, y_h)$

$$C \sim \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}\Big|_{h=0}$$

$$C = \frac{s^{2y_t}}{s^d}\, \frac{\partial^2 f(t s^{y_t}, h s^{y_h})}{\partial (t s^{y_t})^2}$$

$$= s^{2y_t - d}\, C(t s^{y_t}, 0)$$

$$s^{y_t} = t^{-1}$$

$$C(t,0) = t^{\frac{d-2y_t}{y_t}}\, C(1;0)$$

$$\boxed{\alpha = 2 - \frac{d}{y_t}}$$

$$\alpha = 2 - \frac{\cancel{d}}{\cancel{y_t}}$$

$$+ \quad \gamma = \frac{\cancel{2y_h} - \cancel{d}}{\cancel{y_t}}$$

$$+ \quad 2 \quad \beta = \cancel{2}\frac{d - \cancel{y_h}}{\cancel{y_t}}$$

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2$$

$$\delta = \frac{y_h}{d - y_h}$$

$$s \sim t^{-1/y_t}$$

$$\xi \sim t^{-\nu} \qquad \boxed{\nu = \frac{1}{y_t}}$$

Chapitre 5

Magnétisme dans les solides

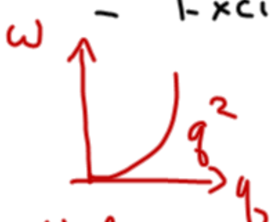
- Seconde quantification ✓
- $\boxed{\text{"Hubbard"}}$
- Heisenberg

$J \sum \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$

- Théorie des pert. dégénérées
  Hamiltoniens effectifs.

Dans la phase à symétrie brisée

- Fondamental
  "État cohérent" $|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\rangle$ Ferro.
  $|\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\ldots\rangle \neq$ fond. Antiferro
- Excitations élémentaires



Ondes de spin (1 pol. Ferro.)

(2 pol. antiferro)

Modes de Goldstone

Théorie des perturbations stationnaires

$$H = H_0 + V = H_0 + V_D + V_X \qquad \frac{V}{H_0} \ll 1$$

$$V_X = V_D = 0$$

H_0 est soluble.

$\rightarrow \{ \equiv m_0, m_1, m_2 \dots \}$ V_D mélange

$\rightarrow \{ \equiv n_0, n_1, n_2 \dots \}$

$\rightarrow \{ \equiv m_{-0}, m_{-1}, m_{-2} \}$

V_X mélange les "sous-bandes"

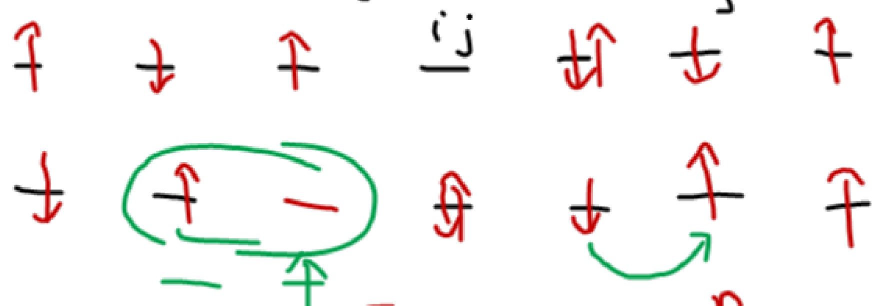
$$\langle n_i | V_D | m_j \rangle = 0 \quad \forall\, i, j$$

$$\langle n_i | V_X | n_j \rangle = 0 \quad \forall\, i, j$$

$$\langle n_i | V_X | m_j \rangle \neq 0$$

$$U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} = \mathcal{H}_0$$

$$- t \sum_{ij} \left(c^{+}_{i\sigma} c_{j\sigma} + c.h. \right)$$



$E = 0 \quad 2^n$ dégénéré.

$E = U$